

Number of printed pages - 31

22T-MATH (N)

2012

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks
for the questions.

GROUP-A (NEW COURSE)

Page No. 1 - 5 Q. No. 1 - 20

GROUP-B (OLD COURSE)

Page No. 16 - 31 Q. No. 21 - 56

GROUP-A)

(For New Course)

(নতুন পাঠ্যক্রমের বাবে)

1. (a) Is the binary operation * defined on the set of integer z by the rule $a * b = a - b + 2$ commutative ? 1

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি z ৰ সাপেক্ষে বৈত প্ৰক্ৰিয়া * যত $a * b = a - b + 2$ ক্ৰমবিনিময় হয়নে?

- (b) Find the value of $\cos^{-1}(\cos \frac{9\pi}{8})$. 1

$\cos^{-1}(\cos \frac{9\pi}{8})$ ৰ মান উলিওৱা।

- (c) If A is a row matrix as well as a column matrix then what is the order of A ? 1

যদি এটা মৌলকক্ষ A একে সময়তে শাৰী মৌলকক্ষ আৰু স্তুষ্মৌলকক্ষ হয় তেন্তে A ৰ ঘাত কি হব?

- (d) What is the value of the determinant? 1

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 97 & 98 & 99 \\ 22y & 24y & 26y \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 97 & 98 & 99 \\ 22y & 24y & 26y \end{vmatrix} \text{ নিৰ্ণয়কটোৰ মান কি উলিওৱা।}$$

(e) If $f(x) = \sin x^0$, then find $f'(x)$. 1

যদি $f(x) = \sin x^0$ হয়, তেন্তে $f'(x)$ উলিওৱা।

(f) If the tangent line to the curve $y = f(x)$ at a point is parallel to the x -axis, what is the value of $\frac{dy}{dx}$? 1

যদি $y = f(x)$ বক্রৰ কোনো এটা বিন্দুত স্পর্শকিডাল x -অক্ষৰ সমান্তৰাল হয় তেন্তে সেই বিন্দুত $\frac{dy}{dx}$ ব মান কি হব?

(g) If A is a square matrix of order 2 then find the value of $|A| + |-A|$. 1

যদি A এটা 2 ঘাতৰ বৰ্গ মৌলিকক্ষ হয় তেন্তে $|A| + |-A|$ ব মান উলিওৱা।

(h) Are all unit vectors equal? 1
সকলো একক ভেক্টৰ একেনে?

(i) Find the direction cosine of a line equally inclined to the three co-ordinate axes. 1

কোনো এডাল বেখা অক্ষবেখা তিনিওডালৰ লগত সমানে হালি থাকিলে বেখাডালৰ দিশাংক নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) What is the equation of zx -plane? ।
 zx -সমতলৰ সমীকৰণ কি?

2. Let $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ be defined by

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2} & \text{if } n \text{ is even for all } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Examine if f is bijective. 4

ধৰা $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ফলনৰ সংজ্ঞা এনেধৰণৰ —

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & \text{যদি } n \text{ অযুগ্ম} \\ \frac{n}{2} & \text{যদি } n \text{ যুগ্ম, সকলো } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

f ফলনটো একেকী আচ্ছাদক হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি যুক্ততা প্রতিপন্থ কৰা।

OR (অথবা)

Examine if the binary operation $* : R \times R \rightarrow R$ given by $a * b = a + 4b^2$ is

(i) commutative

(ii) associative 4

* দৈত প্রক্রিয়াৰ সাপেক্ষে যত * : $R \times R \rightarrow R$

$a * b = a + 4b^2$ দিয়া আছে। তেন্তে এই দৈত প্রক্রিয়া

(i) ক্ৰম বিনামোয়

(ii) সাহচৰ্য্য

হয়নে নহয় যুক্তিযুক্ততাৰে প্ৰতিপন্ন কৰা।

3. If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ find the value of x .

4

যদি $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$ তেন্তে x ৰ মান উলিওৱা।

4. If a, b, c arc positive and are p^{th} , q^{th} and r^{th} term respectively of a G.P. Show without expanding

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

4

এটা গুণোত্তৰ প্ৰগতিৰ ধনাত্মক ৰাশি a, b, c ক্ৰমে p তম, q তম আৰু r তম পদ হয় তেন্তে বিস্তাৰ নকৰাকৈ দেখুওৱা যে

$$\begin{vmatrix} \log a & p & 1 \\ \log b & q & 1 \\ \log c & r & 1 \end{vmatrix} = 0$$

5. Find the value of a and b such that the function

$$\text{defined by } f(x) = \begin{cases} 5 & \text{if } x \leq 2 \\ ax + b & \text{if } 2 < x < 10 \\ 21 & \text{if } x \geq 10 \end{cases}$$

is continuous function.

4

a আৰু b ৰ মান উলিওৱা যত

$$f(x) = \begin{cases} 5 & \text{যদি } x \leq 2 \\ ax + b & \text{যদি } 2 < x < 10 \\ 21 & \text{যদি } x \geq 10 \end{cases}$$

ফলাফলটো অবিচ্ছিন্ন হয়।

6. If $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

4

যদি $y = x^{\sin x} + (\sin x)^{\cos x}$ তেন্তে $\frac{dy}{dx}$ ৰ মান
উলিওৱা।

OR (অথবা)

If $y = 3\cos(\log x) + 4\sin(\log x)$ show that

$$x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$$

4

যদি $y = 3 \cos(\log x) + 4 \sin(\log x)$ হয়, দেখুওৱা যে
 $x^2 y_2 + xy_1 + y = 0$

7. Integrate : 4

অনুকল কৰা :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(x-1)(x-3)}}$$

OR (অথবা)

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x) dx \quad 4$$

8. If f and g are defined as $f(x) = f(a-x)$ and
 $g(x) + g(a-x) = 4$, then show that

$$\int_0^a f(x) g(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx \quad 4$$

যদি f আৰু g ৰ সংজ্ঞা $f(x) = f(a-x)$ আৰু
 $g(x) + g(a-x) = 4$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$\int_0^a f(x) g(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

9. Form the differential equation of the family of parabolas having the vertex at origin and axis along the positive x -axis. 4

অক্ষ x -অক্ষৰ ধনাত্মক দিশত আৰু শীঘ্ৰবিন্দু মূলবিন্দুত থকাকৈ অধিবৃত্ত পৰিয়াল এটাৰ অৱকল সমীকৰণটো গঠন কৰা।

10. Solve : 4

সমাধান কৰা :

$$(x^2 - yx^2)dy + (y^2 + xy^2)dx = 0$$

OR (অথবা)

$$(x + 3y^3) \frac{dy}{dx} = y, \quad y > 0 \quad 4$$

11. Two vectors \vec{a} and \vec{b} are given by $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ respectively. Are the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ perpendicular to each other?

Find also the projection of the vector \vec{a} on the vector \vec{b} . 2+2=4

\vec{a} আৰু \vec{b} ভেক্টৰ দুটা কমে $3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ আৰু $\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$. $\vec{a} + \vec{b}$ ভেক্টৰ আৰু $\vec{a} - \vec{b}$ ভেক্টৰ দুটা পৰম্পৰ লম্ব হ'বনে? আৰু \vec{b} ভেক্টৰত \vec{d} ভেক্টৰৰ অভিক্ষেপ উলিওৱা।

12. (a) Verify if the three points given $A(-1, 0, 2)$, $B(2, -1, 3)$, $C(8, -3, 5)$ are collinear or not?

$A(-1, 0, 2)$, $B(2, -1, 3)$, $C(8, -3, 5)$

বিন্দুকেইটা সমৰেখীয় হ'য়নে নহয় প্রতিপন্থ কৰা।

- (b) Find the distance of the point $(6, 2, -5)$ from the plane $2x + 3y - 2z = 8$.

2+2=4

$(6, 2, -5)$ বিন্দুৰ পৰা $2x + 3y - 2z = 8$ সমতলৰ দূৰত্ব উলিওৱা।

13. Find the probability of throwing at most 2 sixes in 6 throws of a die.

4

এটা পাশাগুটি 6 বাব টছ কৰিলে সর্বাধিক 2 বাব 6 প্রাপ্তহোৱাৰ সম্ভাবিতা উলিওৱা।

OR (অথবা)

On a multiple choice examination with three possible answers for each of the five questions, what is the probability that a candidate would get four or more correct answers just by guessing ?

4

পাচটা প্রশ্নের প্রতিটোর তিনিটাকৈ উত্তর থকা বহু বৈকল্পিক পছণ্ডের কোনো এটা পৰীক্ষাত এজন পৰীক্ষার্থীয়ে কেৱল অনুমানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি চাৰিটা বা ততোধিক শুল্ক উত্তৰ কৰাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

14. Using matrix solve the following system of equation : 6

মৌলকান্ধীয় পদ্ধতিবে সমাধান কৰা :

$$\begin{aligned}3x - y + z &= 5 \\2x - 2y + 3z &= 7 \\x + y - z &= -1\end{aligned}$$

$y = 2x - 1$, x -অক্ষ $x = -1$ আৰু $x = 1$ কে আগুৰা ক্ষেত্ৰ
কালি উলিওৱা।

OR (অথবা)

The area between $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two parts by the line $x = a$ such that the ratio of the respective parts is 2 : 3. Find a .

6

$x = y^2$ আৰু $x = 4$ ৰে আগুৰা কালিক $x = a$ ৰেখাই 2 : 3 অনুপাতত ভাগ কৰিলে a ৰ মান উলিওৱা।

18

Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$ and perpendicular to the plane $\vec{r} \cdot (5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$.

6

$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ আৰু $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$
সমতলৰ মাজেৰে আৰু $\vec{r} \cdot (5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$ সমতল
লম্ব হোৱা সমতলৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

প্ৰমাণ কৰা যে $[0, \frac{\pi}{2}]$ ত $y = \frac{4 \sin \theta}{2 + \cos \theta} - \theta$ ফলনটো 0 ৰ এটা বৰ্ধমান ফলন।

OR (অথবা)

- (c) Find the equation of the tangent and normal to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ at the point (x_0, y_0) . 6

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পৰাবৃত্তৰ (x_0, y_0) বিন্দুত স্পর্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

16. Evaluate $\int_0^2 e^{2x-1} dx$ as a limit of a sum. 6

যোগফলৰ চৰম মান হিচাপে $\int_0^2 e^{2x-1} dx$ ৰ মান উলিওৱা।

17. Find the area of the region bounded by the line $y = 2x - 1$, the x -axis and the ordinate $x = -1$ and $x = 1$. 6

$y = 2x - 1$, x -অক্ষ $x = -1$ আৰু $x = 1$ কে আগুৰা ফেওৰ
কালি উলিওৱা।

OR (অথবা)

The area between $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two parts by the line $x = a$ such that the ratio of the respective parts is 2 : 3. Find a .

6

$x = y^2$ আৰু $x = 4$ ৰে আগুৰা কালিক $x = a$ ৰেখাই 2 : 3 অনুপাতত ভাগ কৰিলে a ৰ মান উলিওৱা।

18. Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$ and perpendicular to the plane $\vec{r} \cdot (5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$.

6

$\vec{r} \cdot (2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}) = 2$ আৰু $\vec{r} \cdot (3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = -2$ সমতলৰ মাজেৰে আৰু $\vec{r} \cdot (5\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) = 3$ সমতল লম্ব হোৱা সমতলৰ ভেটৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

OR (অথবা)

Find the equation of a plane that makes intercept a , b and c on x , y and z -axis respectively. Also if p is the length of the normal from the origin to this plane, prove that $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{p^2}$. 6

x , y আৰু z অক্ষত যথাক্রমে a , b আৰু c ছেদাংশ সৃষ্টি কৰা
সমতলৰ সমীকৰণটো উলিওৱা আৰু প্ৰমাণ কৰা যে এখন
সমতলে অক্ষসমূহত a , b , c ছেদাংশ সৃষ্টি কৰিবলৈ আৰু মূল
বিন্দুৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব p একক হলে $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{p^2}$ ।

19. A dietician wishes to mix together two kinds of food X and Y in such a way that the mixture contains at least 10 units of vitamin A, 12 units of vitamin B and 8 units of vitamin C. The vitamin contents of one kg food is given below :

Food	Vitamin A	Vitamin B	Vitamin C
X	1	2	3
Y	2	2	1

One kg of food X costs Rs. 16 and one kg of food Y costs Rs. 20. Find the least cost of the mixture which will produce the required diet.

6

এজন পথ্য বিশেষজ্ঞই দুবিধ খাদ্য সামগ্ৰী X আৰু Y এনেতাৱে মিহলি কৰে বাতে মিশ্রনটোত ন্যূনতম 10 একক A ভিটামিন, 12 একক B ভিটামিন, আৰু 8 একক C ভিটামিন নিহিত থাকে। খাদ্যসামগ্ৰীৰ প্ৰতি কিলোগ্ৰামত ভিটামিনৰ পৰিমাণ এনে ধৰণৰ —

খাদ্য সামগ্ৰী	ভিটামিন A	ভিটামিন B	ভিটামিন C
X	1	2	3
Y	2	2	1

X খাদ্যবিধিৰ প্ৰতি কিলোগ্ৰামৰ দাম 16 টকা আৰু Y খাদ্যবিধিৰ প্ৰতি কিলোগ্ৰামৰ দাম 20 টকা হ'লৈ প্ৰয়োজনীয় পথ্যবিধিৰ বাবে মিশ্রনটোৰ ন্যূনতম দাম নিৰ্ণয় কৰা।

20. Bag-I contains 3 red and 4 black balls and Bag-II contains 4 red and 5 black balls. One ball is transferred from Bag-I to Bag-II and then a ball is drawn from Bag-II. The ball so drawn is found to be red in colour. Find the probability that the transferred ball is black. 6

মোনা-I ত ৩টা বঙা আৰু ৪টা ক'লা বল আৰু মোনা-IIত ৪টা বঙা আৰু ৫টা ক'লা বল আছে। মোনা-I ৰ পৰা মোনা-II লৈ বল এটা স্থানান্তৰ কৰা হ'ল। আৰু তাৰ পাছত মোনা-II ৰ পৰা এটা বল লোৱা হ'ল, এনেদৰে পোৱা বলটো বঙা পোৱা গ'ল। স্থানান্তৰিত কৰা বলটোৰ ৰং ক'লা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

----- X -----